

AEG, KUI SÜSTEEM. AJAST OLENEVAD SÜSTEEMID JA SIMULEERIMINE

Aja käsitlemine

- Ajast kõneldes peetakse tavaliselt silmas kahte asja: **ajahetki** ning **ajavahemikke**. Esimesed tulevad kõne alla eelkõige siis, kui kerkib küsimus: **millal?** Teised aga siis, kui tekib küsimus: **kui kaua?** Põhimõtteliselt saab viimase küsimuse asendada sobivate esimest laadi küsimuste ühendusega: **millal algas ja millal lõppes?** Ehk – **mis hetkest, millise hetkeni?** Selline lähenemine võimaldab aja käsitlemisel *lähtuda* ajahetkedest.
- Niisiis – *eeldame*, et järgnevas aja käsitluses on **ajahetke mõiste** näol tegemist **fundamentaalmõistega**, mis antud juhul ise ei kuulu määratlemisele.

Aja käsitlemiseks süsteemina

- Peame määratlema ajahetkede hulga ehk selle, mida käsitleme ajahetkedena
- Peame määratlema ajahetkede vahelised seosed (näiteks: *...on samal ajal kui...*, *...on varem kui...*, *...on hiljem kui...*)
- Peame määratlema hulga, mille elementidega väljendame ajahetkede vahelist kaugust
- Peame määratlema ajahetkede vahelise kauguse ehk ajaintervalli pikkuse leidmise protseduuri

Märkus 1. Vastaval süsteemil on kaks põhihulka!

Märkus 2. *Konkretiseerides esimest ja teist põhihulka ja signatuuri kuuluvaid seoseid – saame ühe või teise aja. Seega ei anna järgnevalt esitatav aja määratlus meile mingit ühte ja ainukest aega!*

Aeg kui süsteem

Määratlus. *Ajaks* nimetame edaspidi kahe põhihulgaga süsteemi, mille põhihulkadeks on

- *ajahetkede hulk* ehk hulk, mille elemente nimetame *ajahetkedeks*
- *ajavahemike pikkuste hulk* ehk hulk, mille elementide abil hindame seda, kui pikk on kahe võrreldava ajahetke vahele jäävate ajahetkede hulk ehk *ajavahemik*; antud juhul olgu selleks ajahetkede pikkuste hulgaks kõikide mittenegatiivsete reaalarvude hulk (või selle sobiv osahulk) ja mille (st vaadeldava süsteemi) signatuuri kuuluvad
- *ajahetkede võrdlemise binaarsed seosed* (varem, samal ajal, hiljem)
- *ajavahemike pikkuste hindamise ternaarne funktsionaalne seos*, mille abil seostatakse igast kahest võrreldavast ajahetkest moodustatud järjestatud paariga täpselt üks mittenegatiivne reaalarv (nende hetkede vahele jääva ajavahemiku pikkuse hindamiseks)

Erinevad süsteemid – erinevad ajad!

Märkus. Aja määratluses võivad figureerida erinevad valikud:

- milline hulk on valitud ja fikseeritud ajahetkede hulgaks
- milline hulk on valitud ja fikseeritud ajavahemike pikkuste hulgaks
- millised binaarsed seosed on valitud ja fikseeritud ajahetkede võrdlemiseks
- milline ternaarne seos on valitud ja fikseeritud selleks, et hinnata kahe võrreldava ajahetke vahele jääva ajavahemiku pikkust

Järeldus. Olenevalt eelnimetatud valikutest võime saada ühe või teise aja!

Näide 1. Kontorirooti aeg $\langle \{1,2,3,\dots,365\}, N ; <,=,>, d \rangle$, kus $d(t_1,t_2)=t_2 - t_1 + 1$ (selgitus: näiteks ühe päevaga tehtud töö aeg pole ju 0 päeva; 23. mail alanud ja 25. mail lõppenud töö aeg on ju 3, mitte $25 - 23 = 2$ päeva)

Näide 2. Ajaloolase aeg $\langle Z, N ; <,=,>, d \rangle$, kus $d(t_1,t_2)=t_2 - t_1 + 1$

Aja näide: “koolifüüsika aeg”

“*Koolifüüsika aeg*” on selline süsteem, mis on isomorfne ehk *ülesehituselt täiesti sarnane* süsteemiga

$\langle \mathbf{R}, \mathbf{R}^{0+}; =, <, >, \delta \rangle$, kus

\mathbf{R} tähistab kõikide reaalarvude hulka ning

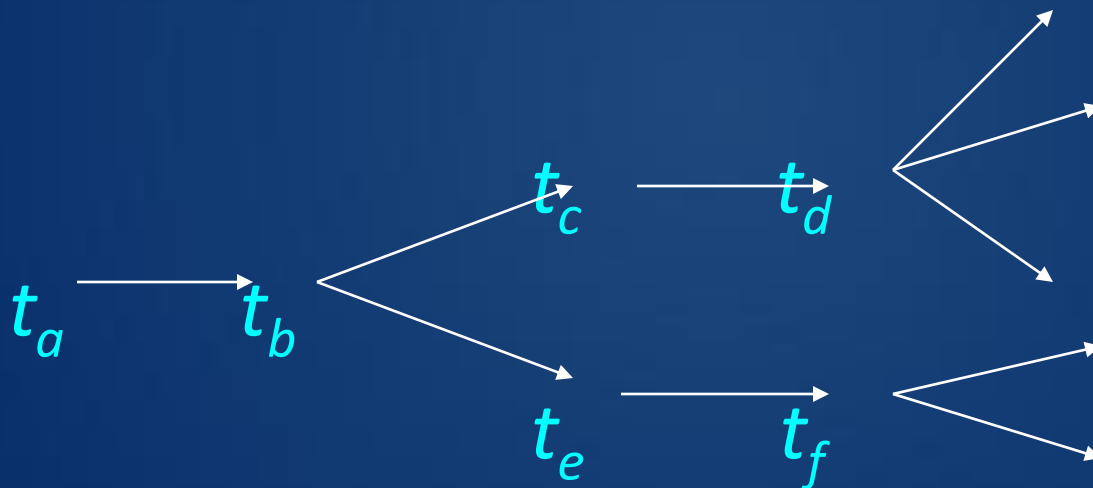
\mathbf{R}^{0+} tähistab kõikide mittenegatiivsete reaalarvude hulka

$=, <, >$ tähistavad reaalarvude võrdlemiseks vajalikke seoseid, mida väljendavad sõnad *on võrdne, on väiksem, on suurem*

δ tähistab funktsionaalset seost, mida *antud juhul* esitab avaldis $\delta(t_a, t_b) = |t_b - t_a|$ (mis võimaldab hinnata nüüd juba *suvaliste reaalarvude* abil esitatud *ajahetkede vahelist kaugust* ehk *ajavahemiku pikkust* (**mittenegatiivsete reaalarvude abil**)).

Mittelineaarse aja näide: “kosmiline aeg”

“*Kosmilise süsteemi aeg*” on ajahetkede osaliselt järjestatud struktuur, milles ajahetkede võrdlemine ja nendevahelise kauguse hindamine ei pruugi olla võimalik, kui vastavad hetked paiknevad erinevatel harudel.



Ajast teoreetilises füüsikas

- Albert Einsteini poolt rajatud relativistliku maailmakäsitluses raames vaadeldakse *aegruumi* ühtse tervikuna – neljamõõtmelise *Minkowski ruumina* (tuntud saksa matemaatiku ja füüsiku **Herman Minkowski (1864 – 1909)** nime järgi), millel on hoopis teistsugune geomeetria, kui oleme harjunud tajuma.
- Seal, kus on mängus ülisuured massid või tohutud energiad, muutub see aegruum “väga kõveraks” ja pole enam käsitletav harjumuspärasel viisil.



Mõned aegade omadused:

- Eeltoodu alusel võib öelda, et **aega saab käsitleda erineval moel, mille raames võivad ajahetked olla struktureeritud üsna iseäralike seoste abil ning ajaintervallide pikkuse arvutamine ei pruugi sugugi toimuda “ainumõeldaval” viisil**
- Kuigi ajad võivad olla erinevad, tuleb tunnistada, et **makromailmas** valitsevate **tavaliste tingimuste juures** on neil erinevatel aegadel ka midagi ühist:

ükski aeg ei ole pööratav, mis tähendab seda, et eelnenud ajahetke ei saa enam kunagi kohata ning eelnevasse ajaintervalli tegelikult tagasi minna pole võimalik.

- **Meie (makro)mailmas pole olemas mingit absoluutset, nõ kõikjal ning kõikide jaoks ühtset “etalonaega”. Ühtlasi on kõik ajahetked füüsikalises mõttes samaväärsed.**
- **Märkus.** Teoreetilises füüsikas on eelnevast lähtudes võimalik tõestada üks äärmiselt mõtlemapanev tõsiasi:

ajahetkede samaväärsusest järeldub energia jäävuse seadus!

DÜNAAMILINE JA STAATILINE KÄSITLUSVIIS

- **Määratlus.** Käsitlusviisi, mis võtab arvesse aega ning olenemist ajast, nimetame *dünaamiliseks*. Käsitlusviisi, mille korral ignoreeritakse aega ning olenemist ajast, nimetame *staatiliseks*.
- **Näide 1.** Kui vaatleme *Päikesesüsteemi* teatavate fikseeritud taevakehade hulkana, mille omavaheliste seoste hulk sisaldab niisuguseid seoseid, mis võimaldavad määrata kehade paiknemist üksteise suhtes, siis pole kuigi arukas seda teha aega ning ajast olenemist ignoreerides.
- **Näide 2.** Kui vaatleme *keedusoola kristalli* naatriumi ja kloori aatomitest koosneva süsteemina, siis pole ajaga arvestamine

Käsitlusviisi valiku küsimus

- Näidetest selgub, et on olemas valdkondi, mille käsitlemine *peaks olema* dünaamiline, kuid leidub ka selliseid valdkondi, mille käsitlemine *võiks olla* staatiline. Seejuures leidub ka mõnes mõttes “vahepealseid” alasid, mille korral üldjuhul peaks rakendama dünaamilist käsitlust, kuid teatavatel ajavahemikel piisab täiesti ka staatilisest käsitlusest.
- Kõnealuste käsitlusviiside korral on üheks suurimaks ohuks see, kui mingil põhjusel jääb märkamatuks, et staatiliselt käsitlusviisilt tuleb üle minna dünaamilisele.
- Dünaamilise või staatilise käsitlusviisi rakendatavuse jaoks **pole olemas “igas olukorras sobivaid” juhtnööre**, mille alusel saaksime ilmeksimatult otsustada, et kumba käsitlusviisi oleks otstarbekas eelistada. Vahel võib seejuures *sama süsteemi* vaatlemise juures osutada ühes olukorras paremaks üks – teises olukorras aga teine lähenemine.

Ajas muutuva süsteemi näide:

Perekond PV ehk $PV(\mathbf{t}) = \langle H(\mathbf{t}); \Sigma(\mathbf{t}) \rangle$

$PV(02) = \langle \{\{\text{Varro, Helena}\}\}; \{\text{♂, ♀, ♥}\} \rangle$

kus ♂ ∫ "... on meessoost"; ♀ ∫ "... on naissoost";
♥ ∫ "... on abielus ...-ga"

$PV(03) = \langle \{\{\text{Varro, Helena}, \{\text{lida}\}\}\}; \{\text{♂, ♀, ☺, ♥}\} \rangle$

kus ☺ ∫ "... vanemaks (st isaks või emaks) on ..."

... ..

$PV(06) = \langle \{\{\text{Varro, Helena}, \{\text{lida, August}\}\}\}; \{\text{♂, ♀, ☺, ♥, 👤}\} \rangle$

kus 👤 ∫ "... vend või õde on ..."

... ..

$PV(09) = \langle \{\{\text{Varro, Helena}, \{\text{lida, August, Benita}\}\}\}; \{\text{♂, ♀, ☺, ♥, 👤}\} \rangle$

... ..

Seos Set

$$\text{Set} \subseteq \{02, 03, \dots, 09\} \times \{\{\{\text{Varro, Helena}\}\},$$
$$\{\{\text{Varro, Helena}\}, \{\text{lida}\}\},$$
$$\{\{\text{Varro, Helena}\}, \{\text{lida, August}\}\},$$
$$\{\{\text{Varro, Helena}\}, \{\text{lida, August, Benita}\}\}$$
$$\text{Set} = \{\langle 02, \{\{\text{Va, He}\}\}\rangle, \langle 03, \{\{\text{Va, He}\}, \{\text{li}\}\}\rangle,$$
$$\langle 04, \{\{\text{Va, He}\}, \{\text{li}\}\}\rangle, \langle 05, \{\{\text{Va, He}\}, \{\text{li}\}\}\rangle,$$
$$\langle 06, \{\{\text{Va, He}\}, \{\text{li, Au}\}\}\rangle, \langle 07, \{\{\text{Va, He}\}, \{\text{li, Au}\}\}\rangle,$$
$$\langle 08, \{\{\text{Va, He}\}, \{\text{li, Au}\}\}\rangle, \langle 09, \{\{\text{Va, He}\}, \{\text{li, Au, Be}\}\}\rangle \}$$

Seos Sig

$$\text{Sig} \subseteq \{02, 03, \dots, 09\} \times \\ \times \{ \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{♥} \}, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥} \}, \\ \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥}, \text{👨👩👧} \} \}$$

$$\text{Sig} = \{ \langle 02, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{♥} \} \rangle, \langle 03, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥} \} \rangle, \\ \langle 04, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥} \} \rangle, \langle 05, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥} \} \rangle, \\ \langle 06, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥}, \text{👨👩👧} \} \rangle, \langle 07, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥}, \text{👨👩👧} \} \rangle, \\ \langle 08, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥}, \text{👨👩👧} \} \rangle, \langle 09, \{ \text{♂}, \text{♀}, \text{😊}, \text{♥}, \text{👨👩👧} \} \rangle \}$$

PV(09)

VF(09)=⟨⟨{Varro,Helena},{Iida,August,Benita}⟩; {♂,♀,😊,♥,👨👩}⟩

♂={Va} ♂={Au} ♀={He} ♀={li, Be}

😊={⟨Va,li⟩, ⟨Va,Au⟩, ⟨Va,Be⟩, ⟨He,li⟩, ⟨He,Au⟩, ⟨He,Be⟩}

♥={⟨Va, He⟩}

👨👩={⟨li,Au⟩, ⟨li,Be⟩, ⟨Au,li⟩, ⟨Au,Be⟩, ⟨Be,li⟩, ⟨Be,Au⟩}

Süsteemi olekud ehk seisundid

- **Kokkulepe.** Kui vaatleme süsteemi $M = \langle H ; S \rangle$, mille põhihulgaks (ehk elementide kogumiks) on H ning mille signatuuriks (ehk antud juhul vaadeldavate elementide omaduste või elementide vaheliste seoste kogumiks) on S , siis väljendame selle süsteemi olenevust ajast sümboliga $M(t)$.
- **Määratlus.** Süsteemi M **olekuks** ehk **seisundiks** ehk **situatsiooniks ajahetkel** t_a , nimetame suurust $M(t_a)$, kus eeldame, et
 - $M(t_a) = \langle H(t_a) ; S(t_a) \rangle$ ning
 - $H(t_a)$ kujutab endast süsteemi M põhihulka (ehk vaadeldavate elementide kogumit) ajahetkel t_a ja
 - $S(t_a)$ kujutab endast süsteemi signatuuri (ehk hetkel vaadeldavate elementide omaduste või elementide vaheliste seoste kogumit) ajahetkel t_a .

Mitme põhihulgaga süsteemi olekud ehk seisundid

- Mitme põhihulgaga süsteemide käsitlemisel ajast olenevana, vaatleme sellist seost M , mis seostab mingi fikseeritud aja T hetked selliste järjestatud paaridega, mille esimesel positsioonil on mingi hulkade kogum ja teisel positsioonil on kogum, mis koosneb eelnimetatud kogumisse kuuluvate hulkade elementide omadustest, või hulkade elementide vahelistest seostest
- Eelnevat lühendades võiksime kirjutada, et $M(t) = \langle \text{Set}(t), \text{Sig}(t) \rangle$ on meie *süsteemi seisund hetkel t* , kus t on meie poolt fikseeritud ajast pärinev ajahetk; $\text{Set}(t)$ on hetkel t süsteemi kuuluvate põhihulkade kogum; $\text{Sig}(t)$ on signatuur hetkel t ehk selline kogum, mis koosneb kogumisse $\text{Set}(t)$ kuuluvate hulkade elementide omadustest, või hulkade elementide vahelistest seostest.

Muutused ja muutumatus

- Määratlus. Ütleme, et süsteemis M **esineb muutus**, kui mingi kahe erineva ajahetke t_a ning t_b korral selle süsteemi vastavad olekud erinevad ehk $M(t_a) \neq M(t_b)$
- Vastupidisel juhul ütleme, et vaadeldavas süsteemis **muutusi ei esine** ehk süsteem on **mittemuutuv** ehk **muutumatu** ehk **statsionaarses olekus**.

Staatilise ja dünaamilise käsitlemise dualism

- Oluline järeldus. Staatilise käsitlemisviisi korral eeldatakse, et süsteemi kõik olekud ühtivad. Ehk teiste sõnadega – süsteemi M staatilise käsitlemise korral eeldatakse, et kahe ajahetke t_a ning t_b korral $M(t_a) = M(t_b)$.
- Seega – mittemuutuva süsteemi käsitlemiseks piisab üldjuhul staatilisest käsitlemisviisist, kusjuures võime öelda, et *staatiline käsitus on teatavas mõttes dünaamilise käsitlemise erijuhtum.*

Dünaamilise ja staatilise käsitlemise dualism

- **Üllatav järeldus.** *Dünaamiline käsitus on teatavas mõttes staatilise käsitlemise erijuhtum.*
- **Põhjendus.** Moodustades kõigepealt mingi ajast oleneva süsteemi M olekute hulga $C(M)$ ja seejärel moodustades vastava signatuuri $S_{C(M)}$ (fikseerides selleks meile vajalikud **seosed olekute vahel**, sh kindlasti vastavad ajalise järjestuse seosed ning vajaduse korral ka teatavad olekute omadused) – saame süsteemi M arengut käsitleda staatiliselt süsteemina $\langle C(M) ; S_{C(M)} \rangle$.
- **Oluline märkus.** Süsteemi $\langle C(M) ; S_{C(M)} \rangle$ n-ö kätte saamise ja rakendamise võimalustest oleneb hiljem käsitletava **simuleerimise** tulemuslikkus.

Aeg ja arengud

- **Vältimatu arengu printsiip:**

Kõik oleneb ajast. Olenemine ajast on vältimatu.

Igal süsteemil on aeg, millest oleneb selle süsteemi koosseis ja ülesehitus.

*Nimetades ajast olenemist arenguks – saame öelda, et **kõik areneb**.*

Igal järgneval hetkel võib midagi muutuda (või vastupidi – püsida muutumatuna).

- Märkus. Vältimatu arengu printsiip “vastutab” ainult selle eest, et arengud toimuksid ja mitte selle eest, millised need arengud oma iseloomult on.

AJAST OLENEVUSE UNIKAALUSE PRINTSIIP:

Igal (makro)süsteemil on oma unikaalne olenevus ajast.

- Sellest, et mingid süsteemid osutuvad mõnel hetkel samasugusteks, ei järeldu, et tegemist oleks sama süsteemiga! Süsteemide ühtelangevuseks on tarvilik, et nad oleneksid ajast täpselt ühel ja samal viisil – st, et neil oleks üks ja sama koosseis, omadused ja ülesehitus *igal ajahetkel*. Paraku tuleb sedalaadi tõdemuste korral teha ühte kahest: kas (1) näidata seda, kuidas antud väide tuleneb eelnevalt esitatud asjadest või (2) deklareerida, et tegemist on põhiprintsiibiga.

Ajast olenemise mõned küsimused

- Aja mõiste määratluse kohaselt on võimalikud mitmed erinevad ajad. Sellega seoses on kerkinud ja küllap kerkib veelgi tõsisemid ja huvitavaid probleeme nii füüsika kui filosoofia sõpradele:
 - kuidas on lood ühe ja sama süsteemi korral olenevustega erinevatest aegadest
 - kuidas on ühe ja sama süsteemi olenevused erinevatest aegadest seotud omavahel
 - kuidas on lood nõ füüsilises mõttes eristamatute süsteemide (näiteks kahe elektronneutriino) ajast olenevuse unikaalsusega
 - jne, jne.
- Vältimatu arengu printsiibi kohaselt on aga igal süsteemil olemas (vähemalt üks) aeg “millest oleneda”. Teiste sõnadega – olgu mujal kuidas on, süsteemil on “oma kell” ikka olemas. Ise küsimus, et kuidas seejuures lood teiste võimalike aegade ja nendevaheliste seostega.

Arengu erijuht: muutumatus

- Erijuhul võib areng väljenduda selles, et aja jooksul ei muutu mitte midagi. Kusjuures *nii* vahel tahetakse – ja *nii* on ka mõistlik!
- **Näide.** Selleks, et inimelu saaks eksisteerida, peaks nn *põhiliste konstantide süsteem* (kuhu kuuluvad näiteks *aegruumi dimensioonide arv 3 + 1*, *elektroni laengu suurus* $(1,60210 \pm 0,00007) \cdot 10^{-19}$ C jms) olema just säärane nagu ta on.
- Ka väga-väga tühistena tunduvad kõrvalekalded kõnealuses konstantide süsteemis muudaksid maailma selliseks, milles meile teadaolevad eluvormid (sh inimelu) esineda ei saaks
- Kuna inimsugu on universumis mõnda aega olemas olnud, siis järeldub eelnevast, et vaadeldav põhiliste konstantide süsteem on püsinud muutumatuna päris pika aja vältel (ja loodetavasti püsib muutumatuna veel kaua-kaua).

Arengu erijuht: tegelik muutumine

- **Näide.** Telg, ümber mille pöörleb Maa (nagu gloobus ümber metallvarda), muudab tasahilju oma asendit. Seda nähtust nimetatakse **pretsessiooniks**.
- Asjast parema ettekujutuse saamiseks kinnitame mõttes gloobuse teljele laseri ning jälgime lakke ilmunud valgustäppi: pretsessiooni korral joonistab täpp lakke sõõrikujulise joone. Sedalaadi joone läbimine peaks “päris elus” toimuma perioodiliselt, kusjuures perioodi kestuseks oleks 25800 aastat.
- Pilt, mida oleksime võinud taevas näha 3000 aastat enne Kristuse sündi on sootuks **erinev sellest**, mida näeme tänapäeval ja **erineb** ühtlasi sellest, mida võivad näha meie järeltulijad näiteks 8000 aasta pärast.

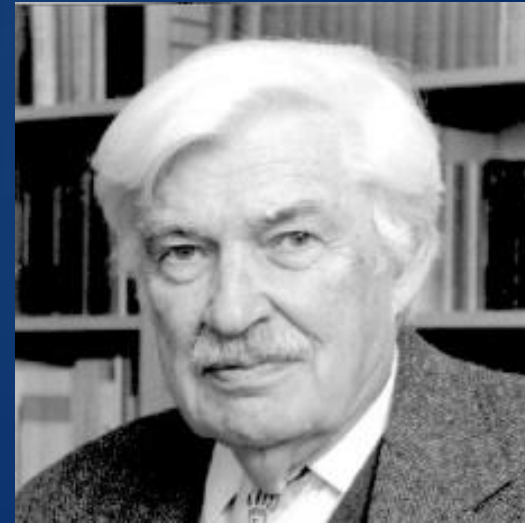
Erinevad ajad – erinevad arengud

- **Näide.** Füüsikast on teada, et mesonite nime kandvate osakeste eluead on oma kindla pikkusega (näiteks μ^- -mesonid peaksid “vabaduses elama” vaid 2,2 miljondikku sekundit ning jagunema seejärel elektroniks ja neutriinodeks, π^\pm -mesonite eluiga on “vabaduses” vaid 0,26 miljardikku sekundit ja π^0 -mesonitel veel tohutult väiksem). Nõnda on see mesonite “oma kella” järgi. Kui aga jälgida väga suurte kiirustega liikuvaid mesoneid, siis selgub, et jagunemine toimub märksa hiljem. Seda siis “vaatleja kella” järgi.
- Kui vaatleja suhtes liigub meson kiirusega 60% valguse kiirusest, siis näeb vaatleja seda mesonit 1,25 korda kauem “elavana” võrreldes vaatleja suhtes paigal seisva mesoniga.

Aeg ja gravitatsioon

Einsteini loodud üldrelatiivsusteooriast teame, et aja kulgemine pole seotud mitte üksnes süsteemide liikumisega, vaid ka sellega, kui tugevas gravitatsiooniväljas (ehk kui suurte masside juures ja kui lähedal) need süsteemid paiknevad. Mida tugevama gravitatsiooniväljaga on tegu – seda “pikemaks venib” aeg. Järelikult: **maapinnast kõrgemal peavad samade tingimuste korral mingite süsteemidega seotud protsessid kulgema vaatleja kella järgi veidi nobedamalt.** Nii ennustab teooria ning seda kinnitavad ka eksperimendid. Näiteks õnnestus 1959. a.

ameerika füüsikul **R. V. Poundil (1919)** ja tema kolleegidel tuvastada Harvardi ülikooli füüsikalaboris raua aatomi tuumadega seotud protsesside abil **ainult 21 meetrisest kõrguste vahest tingitud aja kulgemise muutusi.**



ARENGUVÕIMALUSTE PALJUSUSE PRINTSIIP:

Areng võib alati kulgeda mitmel erineval viisil.

- **Näide.** Osakeste asukoha määramiseks vajalikud võrrandid (näiteks *Schrödingeri võrrand*, mille avastas kuulus austria füüsik **Erwin Schrödingeri (1887 - 1961)** aastal 1926.) annavad ainult tõenäosuse, et mingil hetkel on osake – näiteks elektron – mingis ruumipunktis. See aga tähendab, et samal ajal võiks ta mingi tõenäosusega paikneda hoopis teises kohas. Järelikult – *teades, kus asub osake praegu, ei saa me kindlalt väita, et mingil järgneval hetkel on vaadeldav osake vaat just nii- või naasuguses kohas. Sest kohti, kus järgnevalt olla, on palju-palju.*

ETTEMÄÄRAMATUSE PRINTSIIP:

See, milline arenguvariantidest järgnevalt realiseerub, ei pruugi olla täpselt ennustatav.

- Siinkohal juhime tähelepanu sõnadele *ei pruugi olla* ning *täpselt ennustatav*. See tähendab, et äsjaesitatud printsiip *ei välista* täpse ettemääratuse võimalust, vaid konstateerib, et vahel võib ka teisiti olla. Samuti *ei välista* kõnealune printsiip täpse ennustuse puudumisel nõ *tõenäosuslikke hinnanguid*, mille abil on järgnevate arenguvariantide puhul võimalik arvutada, kui tõenäoline üks või teine arenguvariant edaspidi on.
- Ja veel. Mitmed säärased süsteemid, mille korral tundub, et neil on küll kõik täpselt ette määratud, ei arene sugugi “laitmatult”.

Olekud ja tingimused

- Ühele ja samale ajast olenevale süsteemile M esitatud tingimusi T' , T'' , T''' , ... võib vaadeldav süsteem M vahel rahuldada olles erinevatele kirjeldustele vastavates seisundites.
- Näide. Olgu süsteemiks kuubikujuline täring ja olgu selle seisunditele esitatud järgmised tingimused: T' laual lebava täringu ülemisel tahul on paaritu arv T'' laual lebava täringu ülemisel tahul on algarv sedalaadi seisundeid, mis neid tingimusi rahuldavad on täringul mitu (kui ta lebab nii, et ülemisel tahul on 3 või kui ta lebab nõnda, et ülemisel tahul on 5).

Olekud ja tõenäosused

- Vaatleme ajast olenevat süsteemi M ning kõiki neid seisundeid M_1, M_2, \dots, M_k , milles süsteem võiks olla ajahetkel t .
- Vaatleme **äsjanimetatud seisundite seast** kõiki neid, mille korral on täidetud teatavate tingimuste loend L . Olgu säärasteks seisunditeks näiteks M_1, M_2, \dots, M_j .
- **Tõenäosuseks**, et süsteem M on hetkel t tingimusi L rahuldavas seisundis, nimetame eelkirjeldatud olukorras arvu **$j:k$** .
- **Näide. Tõenäosus**, et täring on vaadeldaval hetkel laual lebamas nii, et **ülemisel tahul on paaritu arv** ja veel nii, et **ülemisel tahul oleks algarv** – on võrdne **2:6**.

Arengud, seisundid ja tõenäosused

- **Probleem.** Kui ajast olenev süsteem M on hetkel t_α seisundis, mis rahuldab tingimusi T_α , siis kui tõenäoline on, et areng kulgeb nõnda, et mingil hilisemal hetkel t_β osutub süsteem olevaks niisuguses seisundis, mis rahuldab tingimusi T_β ?
- **Kommentaar.** Inimtegevuse ajalugu hõlmab palju sedalaadi arenguid, mille lähtekohaks on olnud kellegi visioon ehk rohkem või vähem selge kirjeldus sellest, mida taheti, et tuleks. Paraku sisaldab ajalugu mõtlemapanevalt palju ka niisuguseid arenguid, mis vaatamata kõikidele pingutustele andsid tulemiks ikka seda, mida sugugi ei soovitud.
- Osalt on niisugust asja võimalik seletada arenguvõimaluste paljususe ning ettemääramatusega, osalt aga on tunda, et mängus on veel midagi. Midagi sellist, mis ei ole selgitatav ainult juhuslikkusega.

ARENGUTE JA DEDUKTSIOONI KORRELATSIOONI PRINTSIIP

- Maailmas kujunevad ühtedest olukordadest teised seda suurema tõenäosusega, mida suuremad on võimalused loogiliselt tuletada esimeste olukordade formaalsetest kirjeldustest teiste olukordade formaalseid kirjeldusi.
- **Kui** mingi esimese olukorra kirjeldusest lähtudes **pole** loogiliselt võimalik tuletada teise olukorra kirjeldust, siis **tõenäoliselt** esimesest olukorrast teist olukorda **ei kujune**.

Kommentaar arengute ja deduktsiooni printsiibile

- Arengute ja deduktsiooni korrelatsiooni printsiip on üsna ettevaatliku sõnastusega ning ei esita “siduvat kohustust” ühe või teise olukorra kujunemiseks (või vastupidi – mittekujunemiseks). **Siin kõneldakse ainult tõenäosusest.**
- Teisisõnu: kui antud olukorra kirjeldusest tuleneb loogiliselt ühe teise olukorra kirjeldus, siis see teine olukord arengu käigus **tõenäoliselt** ka kujuneb. **Kui** aga antud olukorra kirjeldusest pole loogiliselt võimalik tuletada mingi teise olukorra kirjeldust (NB! *pole võimalik loogiliselt tuletada, mitte, et loogilist tuletust pole veel leitud*), **siis** areng antud olukorrast sellesse teise olukorda **tõenäoliselt** küll välja ei vii. Seejuures aga pangem tähele, et mingi ühe asja **tõenäoline** esiletulek ei välista veel iseenesest selle asemel mõne teise asja esiletuleku võimaluse.
- **Näide.** Asjaolu, et kahte täringut visates on suurim tõenäosus saada kokku seitse silma **ei välista** seda, et saate hoopis kaksteist silma.

Modelleerimine ja simuleerimine I

Ajast oleneva süsteemi üldine määratlus

Olgu meil valitud ja **fikseeritud**

- mingi aeg T ja mingi just sellest ajast olenemist väljendavad seosed Set ja Sig , kus
- Set seostab iga hetkega t mingite hulkade kogumi $Set(t)$ ja
- Sig seostab ajahetkega t predikaatide kogumi $Sig(t)$, millesse kuuluvad kogumi $Set(t)$ hulkade elementide mingid omadused või mingid nende hulkade elementide vahelised seosed
- **Ajast olenevaks süsteemiks** nimetame järjestatud kolmikut

$\langle T, Set, Sig \rangle$

Modelleerimine ja simuleerimine II

Situatsiooni üldine määratlus

Olgu meil *fikseeritud* mingi ajast olenev süsteem

$\langle T, \text{Set}, \text{Sig} \rangle$

• **Situatsiooniks** süsteemis $\langle T, \text{Set}, \text{Sig} \rangle$ ajahetkel t nimetame järjestatud paari $M(t) = \langle \text{Set}(t); \text{Sig}(t) \rangle$

Märkus. Kuna M väljendab situatsioonide seost ajaga, siis kasutatakse seda sümbolit, ja sageli ka kirjutist $M(t)$ mõnevõrra kergekäeliselt vastava ajast oleneva süsteemi tähisena. Seejuures kõneldakse ja kirjutatakse, et – vaatleme ajast olenevat süsteemi M , või – vaatleme ajast olenevat süsteemi $M(t)$. Niimoodi kipub ajast oleneva süsteemi mõiste pisut segunema selles süsteemis esinevate situatsioonide hulgaga (mis ise-enesest ehk polegi alati väga suur patt).

Modelleerimine ja simuleerimine III

Simuleerimise üldine määratlus

Olgu meil *fikseeritud*

- mingi ajast olenev süsteem $\langle T, \text{Set}, \text{Sig} \rangle$
- situatsioonid süsteemis $\langle T, \text{Set}, \text{Sig} \rangle$ ehk igale ajahetkele t vastav järjestatud paar $M(t) = \langle \text{Set}(t); \text{Sig}(t) \rangle$

Märkus. Pole raske märgata, et igal hetkel t on vastava situatsiooni $\langle \text{Set}(t); \text{Sig}(t) \rangle$ näol tegemist süsteemiga. Seda süsteemi võib soovi korral modelleerida.

- Ajast oleneva süsteemi $\langle T, \text{Set}, \text{Sig} \rangle$ kõikide situatsioonide hulka tähistame kirjutisega $C(M)$. Ilmselt $C(M) = \{ M(t) \mid t \in \dots T \dots \}$.
- Järgnevalt fikseerime ajast oleneva süsteemi situatsioonide mingid meile huvi pakkuvad omadused või situatsioonide vahelised seosed. Vastavat hulka tähistame kirjutisega $S_{C(M)}$.
- Modelleerides ajast olenevas süsteemis situatsioone $M(t)$ ja situatsioonide süsteemi $\langle C(M); S_{C(M)} \rangle$ saame vastava **simulatsiooni**.

Simuleerimine, loogika ja intellekt

- Ajast oleneva süsteemi olekute modelleerimine ehk simuleerimine annab ettekujutuse sellest, mis võiks vaadeldava süsteemi kohta olla paikapidav ühel või teisel ajal. Seda nii tulevikku, kui ka minevikku silmas pidades.
- Vastavad teadmised aga on väärt vaid siis, kui situatsioonid ja nende mudelid on tõepoolest (ehk tõestatult) sarnased.
- Paraku ei võimalda ajast olenemist selgitavad põhiprintsiibid alati vaid ainuõigeid ennustusi. Sageli tuleb rahulduda vaid tõenäosuslike hinnangutega. Need hinnangud on seda usaldusväärsemad, mida enam on ühest situatsioonist teise situatsiooni jõudmise kirjelduses loogikat. Sealhulgas loogiliselt korrektseid samme, mis viivad ühe situatsiooni kirjeldustes figureerivatest õigetest väidetest teise situatsiooni kirjelduses figureerivate õigete väideteeni.
- Loogiliselt korrektsete tuletussammude rakendamise võimekus on reeglina üheks intellekti olemasolule viitavaks tunnuseks.

Simuleerimise mõned võtmeküsimused

- Millised on situatsioonide kirjeldamiseks sobivad ja usaldusväärsed vahendid?
- Kuidas sobivalt ja usaldusväärsetl kirjeldada ajast olenevust?
- Kuidas määratleda ja kontrollida kirjelduste sobivust ja usaldusväärstust?